חלק ראשון : חישוב נומרי של שדות מודאליים של פתרון מסוג :TEM

עבודת מחשב 1

Daniel Katzav 203389770

2019

הקדמה: צורת הפתרון הכללית:

אנו נדרשים בסעיף זה להציג ביטויים של השדות החשמליים והמגנטיים המתקיימים בקו התמסורת, בהנחת פתרון מסוג *TEM*, שיסומנו ב - בהתאמה.

נייצג תחילה את הביטויים הללו בצורה:

תחילה, נרצה לבטא את השדות המודאליים כתלות בפונקציית הפוטנציאל .

עבור משטח כלשהו, מעקרון מינימום/מקסימום לבעיית לפלס, ישנה דרישה שהפוטנציאל בכל התחום יהיה שווה לפוטנציאל על משטח . כיוון שאנו יודעים כי מתקיימת משוואת לפלס, ושתנאי השפה על מוליך מושלם הינם, נוכל להסיק כי:

כפי שהוזכר בהרצאה, פתרון מסוג *TEM* מקיים את תכונה השדה המשמר ולכן ניתן להסיק כי:

*עבור פונקציית פוטנציאל סקלארית .*

*בנוסף, ראינו ש , מכאן ניתן לפתח:*

ידוע לנו ש  *הינם שדות משמרים, ואנו יודעים כי ההגדרה למתח (והזרם, בהתאמה) בין מוליכים (לצורך העניין, מוליך ומוליך ) הינה:*

לכן, לא משנה איזה מסלול בין מוליך  *למוליך* נבחר*. בנוסף, נדרוש תנאי לנרמול עבור הגדרת המתח והזרם (בהתאמה), כי:*

בכיתה הראנו כי קיים יחס קבוע כלשהו בין לבין *:*

*וניתן למצוא אותו מהאינטגרל הבא:*

*מפתרון משוואת הגלים, קיבלנו כי הפוקנציות הסקלאריות של השדות נראות כך :*

*לכן, הביטויים שאותם נדרשנו להציג, כפונקצייה של הפוטנציאל הסקלרי, הינם :*

חלק ראשון: חישוב נומרי של שדות מודאליים של פתרון מסוג TEM:

*ג. אנו נדרשים בסעיף זה לפתח קירוב נומרי ללפלסיאן מהצורה הבאה:*

*לכן, נעזר בקירוב הנומרי לנגזרת ראשונה במימד אחד:*

על הביטוי הבא:

*נבצע את הקירוב לנגזרת שנייה:*

*נציב את הקירוב לנגזרת שנייה בביטוי השל הלפלס:*

לכן, נוכל להסיק מכך כי המקדמים הינם:

*ד. נוכל לייצג את הארגומנטים של גם בצורה הבאה ולייצג את הקירוב למשוואת לפלס על ידי קירוב ההפרשים:*

כאשר .

*כיוון שיש לנו תחומים שבהם איננו רוצים לחשב את הפוטנציאל (התחום הריק כמתואר בשרטוט בתחילת התרגיל), נגדיר כי לפי נתוני התרגיל:*

ונתאר את השטח שממנו אנו רוצים להתעלם בחישוב הפוטנציאל:

*ובנוסף, נתאר זה באופן דיסקרטי על ידי :*

*כאשר אנו מגדירים .*

*בנוסף, ערכי הפוטנציאל בשפות, שידועים לנו כי הם שווים לאפס, נוכל לתאר כך:*

באותו האופן, ניתן לומר זאת גם על השפות של המשטח .

ה. בסעיף זה אנו מסמנים עבור נקודות הדגימה שבתוך השטח ממש, את וקטור הערכים של ב - מכאן, ניתן לכתוב את מערכת המשוואות שפתרונה הינו וקטור זה:

*מסעיף ד',* וממהות השיטה הנומרית*, אשר אנו מחשבים את הפוטנציאל של נקודה מסויימת, על ידי חישוב ממוצע של השכנים שלה, נוכל להסיק כי:*

*כלומר, מטריצת תצטרך לעשות פעולת סינון (הכפלה ב-0 עבור איברים שהם לא שכנים קרובים) לארבעת השכנים של הנקודה הנבחרת, , והכפלה בקבוע של*  . לכן על ידי קביעת הדיסטרבוציות במקום "הנכון" נוכל לייצג את המטריצה המבוקשת:

ומכיוון שאנו יודעים שהביטוי הבא מייצג את הפתרון שלנו עבור פוטנציאל בנקודה מסויימת:

ניתן להסיק גם כי הוקטור מייצג זאת, ועל כן:

ו. התהליך האיטרטיבי הבא:

יתאר לנו את הביטויים שפיתחנו, לכל איטרציה (כך בעצם נוכל לחשב זאת באמצעות תכנית מחשב). נציג את התהליך באופן הבא:

נניח כי סדרת הפתרונות מתכנסת עבור אינדקס מספיק גדול לוקטור , ולכן נוכל לרשום כי:

לכן, נוכל להסיק כי הוקטור הינו נקודת שבת של מערכת המשוואות המתוארת בסעיף ה', ולכן הוא פתרון של המערכת. כלומר, ניתן לרשום את הפתרון האיטרטיבי אם כך, בצורה:

ולכן, צעד זה שקול להשמה באיטרציה , לתוך *כל אחד מערכי , של ממוצע הפוטנציאלים של השכנים הקרובים מהאיטרציה ה- .*